МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Факультет экономики и управления

УТВЕРЖДАЮ
Декан ____________ З.М. Чомаева
«29» марта ______________ 2023 г.
М.П.

Рабочая программа дисциплины
«Численные методы»

Направление подготовки
09.02.07 Информационные системы и программирование
(шифр, название направления)

Среднее профессиональное образование

Форма обучения
Очная/очно-заочная

Год начала подготовки - 2023
(по учебному плану)

Карачаевск, 2023

Рабочая программа общеобразовательной учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее - ФГОС) СОО в пределах образовательной программы СПО по специальности среднего профессионального образования (далее - СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Одобрено на заседании предметно цикловой комиссии «Информационных, естественно - научных дисциплин» от 23 июня 2023 г., протокол № 6.

Председатель ПЦК
«Информационных,
естественно - научных дисциплин» _______________ Лепшокова А. Н.

СОДЕРЖАНИЕ

Рабочая программа дисциплины
«Численные методы»
09.02.07 Информационные системы и программирование

Цель и задачи изучения дисциплины	Целью изучения данной дисциплины является формирование системы знаний о вычислительных методах, применяемых при решении прикладных задач, не имеющих аналитического решения, либо имеющих его, но получение которого затруднено, а также знакомство с принципами построения алгоритмов и методикой постановки задач для приближенного решения прикладных задач средствами информационно-коммуникационных технологий. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: - изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины; - изучить приближенные методы решения задач высшей математики; - сформировать умения составления вычислительных алгоритмов и их реализации на ЭВМ; - овладеть навыками применения приближенных методов при решении прикладных задач. Рабочая программа учебной дисциплины является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование
Место дисциплины в учебном плане	ОП.10
Общая трудоемкость дисциплины в часах	108
Семестр	4
Формируемые компетенции	ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к

	различным контекстам; ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; ПК 5.2. Разрабатывать проектную документацию на разработку информационной системы в соответствии с требованиями заказчика.
Знания, умения и навыки, получаемые в результате освоения дисциплины	**Знать:** основные понятия и методы вычислительной математики, используемые для решения прикладных задач и их взаимосвязь **Уметь:** решать стандартные профессиональные задачи посредством применения аппарата численных методов **Владеть:** навыками применения базового инструментария вычислительной математики для решения прикладных задач и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
Содержание дисциплины	Теория погрешностей. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение нелинейных уравнений. Численные методы приближения табличных функций. Численное дифференцирование и интегрирование.
Виды учебной работы	Лекции, практические, тесты, самостоятельная работа.

Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Локтионов, И. К. Численные методы : учебник / И. К. Локтионов, Л. П. Мироненко, В. В. Турупалов ; под общ. ред. канд. техн. наук, проф. В. В. Турупалова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. - 380 с. - ISBN 978-5-9729-0786-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1902598 – Режим доступа: по подписке.
2. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2023. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1896459 (дата обращения: 22.11.2022). – Режим доступа: по подписке.

б) дополнительная учебная литература

1. Гулин, А. В. Введение в численные методы в задачах и

упражнениях : учебное пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012876-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1852192 – Режим доступа: по подписке.
2. Гловацкая, А. П. Вычислительные модели : учебное пособие / А.П. Гловацкая. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 395 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1013723. - ISBN 978-5-16-014981-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1013723 – Режим доступа: по подписке.
3. Шевченко, А. С. Численные методы : учебное пособие / А.С. Шевченко. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 381 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/996207. - ISBN 978-5-16-014605-8. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/996207 – Режим доступа: по подписке.

в) интернет – ресурсы

1. **Официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации-http://www.mon.gov.ru**
2. **Федеральный портал "Российское образование"-http://edu.ru**
3. **Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"-http://window.edu.ru**
4. **Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов-http://school-collection.edu.ru**
5. **Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов-http://fcior.edu.ru**

Форма промежуточной аттестации	4 семестр - Зачет с оц.

Фонд оценочных средств по дисциплине

1. Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям:

1. Современные методы программирования численных методов.
2. Использование функционального анализа для построения современных численных методов.
3. Операторные методы решения функциональных уравнений.
4. Построение численных методов в задачах математической физики.

5. Нелинейный анализ в математических моделях.
6. Современные вычислительные методы на основе стохастического анализа
7. Дискретизация компактных множеств и ее применение в вычислительной математике
8. Отличие машинной арифметики от обычной арифметики
9. Примеры вычислимых и невычислимых объектов
10. Конструктивные объекты и вычислительная математика
11. Применение сплайн-интерполяции для решения инженерных задач
12. Связь тригонометрической интерполяции с аналитическими функциями
13. Использование кубатурных формул для решения задач математической физики
14. Исследование корректности задач, приводящих к плохо обусловленным матрицам
15. Использование итерационных методов для решения некорректных задач линейной алгебры
16. Численное решение нелинейных систем в связи м задачами оптимизации
17. Численные методы для решения нелинейных систем дифференциальных уравнений
18. Численное исследование детерминированного хаоса
19. Разностные схемы и устойчивость вычислительного процесса
20. Применение эволюционных уравнений в математической физики
21. Уравнение Шредингера и его физический смысл
22. Экономические задачи, приводящие к эллиптическим уравнения
23. Вариационные методы решения эллиптических уравнений
24. Инженерные применения параболических уравнений

Критерии оценки доклада, сообщения, реферата:

Отметка «отлично» за письменную работу, реферат, сообщение ставится, если изложенный в докладе материал:

- отличается глубиной и содержательностью, соответствует заявленной теме;
- четко структурирован, с выделением основных моментов;
- доклад сделан кратко, четко, с выделением основных данных;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы.

Отметка «хорошо» ставится, если изложенный в докладе материал:

- характеризуется достаточным содержательным уровнем, но отличается недостаточной структурированностью;
- доклад длинный, не вполне четкий;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы только после наводящих вопросов, или не на все вопросы.

Отметка «удовлетворительно» ставится, если изложенный в докладе материал:

- недостаточно раскрыт, носит фрагментарный характер, слабо структурирован;
- докладчик слабо ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по теме доклада не были получены ответы или они не были правильными.

Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:

- доклад не сделан;
- докладчик не ориентируется в излагаемом материале;
- на вопросы по выполненной работе не были получены ответы или они не были правильными.

2. Примерные вопросы к итоговой аттестации

1. Элементарная теория погрешностей
2. Абсолютная погрешность вычисления

3. Относительная погрешность вычисления
4. Основные определения и теоремы теории погрешностей
5. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
6. Итерационные методы решения линейных систем. Метод простых итераций
7. Метод Зейделя для решения систем линейных уравнений
8. Численные методы решения нелинейных уравнений. Графический метод
9. Метод половинного деления для решения нелинейных уравнений
10. Метод хорд для решения нелинейных уравнений
11. Метод касательных для решения нелинейных уравнений
12. Метод простой итерации для решения нелинейных уравнений
13. Сходимость итерационных методов для решения нелинейных уравнений
14. Приближение функций. Задача алгебраической интерполяции
15. Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома
16. Интерполяционный полином в форме Лагранжа
17. Первый интерполяционный полином Ньютона
18. Второй интерполяционный полином Ньютона
19. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса
20. Квадратурные формулы прямоугольников. Оценка их погрешности
21. Квадратурные формулы трапеций. Оценка их погрешности
22. Квадратурные формулы Симпсона. Оценка их погрешности

Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине «Численные методы»:

✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

3. Тестовые задания для проверки знаний студентов

Вариант 1

1. Норма матрицы $A=\{a_{ij}\}$ - это

а) вектор – строка; б) число; в) вектор – столбец.

2. Норма 2 матрицы $\begin{pmatrix} 12 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 1 & -9 & 4 \\ 6 & -3 & 3 & 2 \\ 11 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 30; б) 39; в) 28,6356.

2. Норма 2 матрицы

3. Процесс построения значения корней системы с заданной точностью в виде предела последовательности некоторых векторов называется

а) итерационным; б) сходящимся; в) расходящимся.

4. Процесс Зейделя для линейной системы $X = \beta + \alpha X$ сходится к единственному решению при любом выборе начального приближения, если какая-нибудь из норм матрицы α

а) больше единицы; б) меньше единицы; в) равна единице.

5. Процесс нахождения приближенных значений корней уравнения разбивается на

а) построение графика и уточнение корней до заданной степени точности;

б) отделение корней и уточнение корней до заданной степени точности;

в) уточнение корней до заданной степени точности и определение погрешности приближения.

6. Количество действительных положительных корней алгебраического уравнения $P_n(x) = 0$ с действительными коэффициентами (подсчитываемыми каждый столько раз, какова его кратность) либо равно числу перемен знака в последовательности коэффициентов уравнения, либо на четное число меньше. Это правило

а) Декарта; б) Штурма; в) Лагранжа.

7. Верхняя граница положительных корней уравнения $P_n(x) = 0$ по методу Лагранжа находится по формуле

а) $R = 1 + \sqrt[m]{\frac{B}{a_0}}, m$ - номер первого отрицательного коэффициента, B - наибольшая из абсолютных величин отрицательных коэффициентов $P_n(x)$;

б) $R = 1 + \frac{A}{a_0}$;

в) $x = R$, при котором $P_n(x)$ и все производные принимают положительные значения.

8. Интерполяционным многочленом называется многочлен,

а) значения которого в узлах интерполяции равны значению табличной функции в этих узлах;

б) n-й степени;

в) параболического вида.

9. Конечные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Гаусса для равноотстоящих узлов интерполяции;

б) Эйткина для равноотстоящих узлов интерполяции;

в) Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции;

г) Лагранжа для равноотстоящих узлов интерполяции.

10. Первый интерполяционный многочлен Лагранжа имеет вид:

а) $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;

б) $P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x-x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x-x_0)(x-x_1) + \dots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_0)\dots(x-x_{n-1})$;

в) $P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!h}(x-x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2}(x-x_n)(x-x_{n-1}) + \dots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_n)\dots(x-x_1)$

11. Квадратурная формула Гаусса имеет вид

а) $\int_a^b f(x)\partial x \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$;

б) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i$;

в) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{6n}\left[(y_0+y_{2n}) + (4(y_1+\dots+y_{2n-1}) + 2(y_2+\dots+y_2+\dots+y_{2n-2}))\right]$;

г) $\int_{-1}^{1} f(x)\partial x \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \dots + c_n f(x_n)$.

12. По методу Пикара любое приближение решения дифференциального уравнения определяется по формуле

а) $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, где $\Delta y_k = y'_k \dfrac{b-a}{n}$;

б) $y_n(x) = y_0 + \int\limits_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1})\,\partial x$;

в) $y_{i+1} = y_i + h\dfrac{y'_i + \tilde{y}'_{i+1}}{2}$, где $\tilde{y}'_{i+1} = f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$;

г) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \dfrac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$;

д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, где $\Delta y_i = \dfrac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$.

Вариант 2

1. Максимальная сумма модулей элементов матрицы по строкам есть

а) норма 2; б) норма 3; в) норма 1.

2. Норма 3 матрицы $\begin{pmatrix} 12 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 1 & -9 & 4 \\ 6 & -3 & 3 & 2 \\ 11 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 30; б) 39; в) 28,6356.

3. Итерационный процесс построения приближений по формуле $X^{(k+1)} = \beta + \alpha X^{(k)}$ называется

а) методом Зейделя;

б) методом Ньютона;

в) методом итерации.

4. Процесс Зейделя для линейной системы $X = \beta + \alpha X$ сходится к единственному решению при любом выборе начального приближения, если

а) какая - ни будь из норм матрицы α меньше единицы;

б) и только если норма 1 матрицы α меньше единицы;

в) и только если норма 1 матрицы α равна единице.

5. К способам уточнения корней не относится

а) метод проб, метод хорд, метод касательных, метод итераций;

б) метод проб, метод хорд, метод касательных, метод Зейделя;

в) метод проб, метод хорд, метод касательных.

6. Число отрицательных корней уравнения $P_n(x)=0$ равно числу

а) перемен знака в последовательности коэффициентов $P_n(-x)$ или на четное число меньше;

б) постоянств знака в последовательности коэффициентов $P_n(-x)$ или на четное число меньше;

в) постоянств знака в последовательности коэффициентов $P_n(x)$ или на четное число меньше.

7. Верхняя граница положительных корней уравнения $P_n(x)=0$ по методу Ньютона находится по формуле

а) $R=1+\sqrt[m]{\frac{B}{a_0}}, m$ - номер первого отрицательного коэффициента, B -наибольшая из абсолютных величин отрицательных коэффициентов $P_n(x)$;

б) $R=1+\frac{A}{a_0}$;

в) $x=R$, при котором $P_n(x)$ и все производные принимают положительные значения.

8. Разность между значениями функции в соседних узлах интерполяции называется

а) центральной разностью первого порядка;

б) конечной разностью первого порядка;

в) разделенной разностью первого порядка.

9. Центральные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции;

б) Гаусса для равноотстоящих узлов интерполяции;

в) Эйткина для равноотстоящих узлов интерполяции;

в) Лагранжа для равноотстоящих узлов интерполяции.

10. Квадратурными формулами называются

а) формулы приближенного интегрирования;

б) формула квадратного трехчлена;

в) формулы нахождения квадрата суммы.

11. Операция представления функции $f(x)$ рядом Фурье называется

а) почленным интегрированием;

б) почленным дифференцированием;

в) гармоническим анализом.

12. По методу Эйлера $n-e$ приближение решения дифференциального уравнения определяется по формуле

а) $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, где $\Delta y_k = y'_k \dfrac{b-a}{n}$;

б) $y_n(x) = y_0 + \int\limits_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1})\,\partial x$;

в) $y_{i+1} = y_i + h\dfrac{y'_i + \tilde{y}'_{i+1}}{2}$, где $\tilde{y}'_{i+1} = f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$;

г) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \dfrac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$;

д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, где $\Delta y_i = \dfrac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$.

Вариант 3

1. Максимальная сумма модулей элементов матрицы по столбцам есть

а) норма 2; б) норма 3; в) норма 1.

2. Норма 3 матрицы $\begin{pmatrix} 11 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 0,5 & -9 & 4 \\ 6 & 0 & -5 & 2 \\ -4 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 38; б) 26; в) 26,4244.

3. Итерационный процесс построения приближений по формуле $x_i^{(k+1)} = \beta_i + \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} x_j^{(k+1)} + \alpha_{ij} x_j^{(k)}$ называется

а) методом Зейделя; б) методом Ньютона; в) методом итерации.

4. Для оценки погрешности метода Зейделя применяется формула

а) $\dfrac{\|\alpha\|^{k+1}}{1-\|\alpha\|}\|\beta\|$; б) $\dfrac{\|\alpha\|^{k+1}}{1+\|\alpha\|}\|\beta\|$; в) $\dfrac{\|\alpha\|_1^{(k)}}{1+\|\alpha\|_1}\left\|X^{(1)} - X^{(0)}\right\|_1$.

5. Идея метода хорд состоит в том, что на достаточно малом промежутке $[a,b]$ дуга кривой $y = f(x)$ заменяется стягивающей её хордой. В качестве приближенного значения корня принимается точка пересечения хорды с осью Ox. Координаты этой точки определяются формулой

а) $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)(b-x_n)}{f(b)-f(x_n)}$;

б) $x_n = \varphi(x_{n-1})$;

в) $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

6. Если уравнение полное, то

а) количество его положительных корней равно числу перемен знака в последовательности коэффициентов или на четное число меньше, а количество отрицательных корней - числу постоянств знака или на четное число меньше;

б) количество его положительных корней равно числу постоянств знака в последовательности коэффициентов или на четное число меньше, а количество отрицательных корней — числу перемен знака или на четное число меньше;

в) количество его положительных корней равно числу постоянств знака в последовательности коэффициентов или на четное число меньше.

7. Верхняя граница положительных корней уравнения $P_n(x) = 0$ по правилу кольца находится по формуле

а) $R = 1 + \sqrt[m]{\frac{B}{a_0}}, m$ - номер первого отрицательного коэффициента, B -наибольшая из абсолютных величин отрицательных коэффициентов $P_n(x)$;

б) $R = 1 + \frac{A}{a_0}$;

в) $x = R$, при котором $P_n(x)$ и все производные принимают положительные значения.

8. Конечные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Ньютона; б) Гаусса; в) Эйткина; г) Лагранжа.

9. Разделенные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции;

б) Гаусса для равноотстоящих узлов интерполяции;

в) Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции;

г) Эйткина для равноотстоящих узлов интерполяции;

д) Лагранжа для неравноотстоящих узлов интерполяции.

10. Формула приближенного вычисления интеграла методом прямоугольников имеет вид

а) $\int_a^b f(x)\partial x \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$;

б) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i$;

в) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{6n}\left[(y_0 + y_{2n}) + (4(y_1 + \ldots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + \ldots + y_2 + \ldots + y_{2n-2}))\right]$;

г) $\int_{-1}^1 f(x)\partial x \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \ldots + c_n f(x_n)$.

11. График решения обыкновенного дифференциального уравнения называется

а) интегральной кривой;

б) кривой второго порядка;

в) гиперболой.

12. По методу Эйлера - Коши приближение решения дифференциального уравнения определяется по формуле

а) $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$;

б) $y_n(x) = y_0 + \int\limits_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1})\partial x$;

в) $y_{i+1} = y_i + h\dfrac{y'_i + \tilde{y}'_{i+1}}{2}$, где $\tilde{y}'_{i+1} = f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$;

г) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \dfrac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$;

д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, где $\Delta y_i = \dfrac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$.

Вариант 4

1. Корень квадратный из суммы квадратов модулей всех элементов матрицы есть

а) норма 2; б) норма 3; в) норма 1.

2. Норма 2 матрицы $\begin{pmatrix} 11 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 0,5 & -9 & 4 \\ 6 & 0 & -5 & 2 \\ -4 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 38; б) 26; в) 26,4244.

3. Процесс интеграции для системы $X = \beta + \alpha X$ сходится к единственному решению независимо от выбора начального вектора, если сумма модулей элементов строк или сумма модулей столбцов

а) больше единицы; б) меньше единицы; в) равно единице.

4. Если для получения значения функции по данному значению аргумента нужно выполнить арифметические операции и возведение в степень с рациональным показателем, то функция называется

а) алгебраической; б) трансцендентной; в) рациональной.

5. Идея метода касательных состоит в том, что на достаточно малом промежутке $[a,b]$ дуга кривой $y=f(x)$ заменяется касательной к этой кривой. В качестве приближенного значения корня принимается точка пересечения касательной с осью Ox. Координаты этой точки определяются формулой

а) $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)(b-x_n)}{f(b)-f(x_n)}$;

б) $x_n=\varphi(x_{n-1})$;

в) $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

6. Число действительных корней уравнения $5x^3-20x+3=0$ по правилу Штурма равно

а) один положительный корень, два отрицательных корня;

б) два положительных корня, один отрицательный корень;

в) три положительных корня.

7. Основными характеристиками табличных функций являются

а) название функций, объем, шаг, количество знаков табулируемой функции, количество входов;

б) начальное значение, объём, шаг, количество знаков табулируемой функции, количество входов;

в) название функций, объём, шаг, начальное и конечное значения, количество входов.

8. Центральные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Ньютона; б) Гаусса; в) Эйткина; г) Лагранжа.

9. Интерполяционный многочлен Лагранжа имеет вид:

а) $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;

б) $P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x-x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x-x_0)(x-x_1) + \dots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_0)\dots(x-x_{n-1})$;

в) $P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!h}(x-x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2}(x-x_n)(x-x_{n-1}) + \dots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x-x_n)\dots(x-x_1)$

10. Формула приближенного вычисления интеграла методом прямоугольников имеет вид

а) $\int_a^b f(x)\partial x \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$;

б) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i$;

в) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{6n}\left[(y_0+y_{2n}) + (4(y_1+\dots+y_{2n-1}) + 2(y_2+\dots+y_2+\dots+y_{2n-2}))\right]$;

г) $\int_{-1}^{1} f(x)\partial x \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2) + \dots + c_n f(x_n)$.

11. Всякое решение, которое может быть получено из общего при определенных числовых значениях произвольных постоянных, входящих в общее решение, называется

а) допустимым решением дифференциального уравнения;

б) общим решением дифференциального уравнения;

в) частным решением дифференциального уравнения.

12. По методу Эйлера - Коши приближение решения дифференциального уравнения определяется по формуле

а) $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$;

б) $y_n(x) = y_0 + \int\limits_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1}) \partial x$;

в) $y_{i+1} = y_i + h\dfrac{y'_i + \tilde{y}'_{i+1}}{2}$, где $\tilde{y}'_{i+1} = f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$;

г) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \dfrac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$;

д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, где $\Delta y_i = \dfrac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$.

ВАРИАНТ 5

1. Норма 1 матрицы $\begin{pmatrix} 12 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 1 & -9 & 4 \\ 6 & -3 & 3 & 2 \\ 11 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 30; б) 39; в) 28,6356.

2. Норма 1 матрицы $\begin{pmatrix} 11 & 10 & -5 & -12 \\ 1 & 0,5 & -9 & 4 \\ 6 & 0 & -5 & 2 \\ -4 & 8 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ равна

а) 38; б) 26; в) 26,4244.

3. Для оценки погрешности метода итерации применяется формула

а) $\dfrac{\|\alpha\|^{k+1}}{1-\|\alpha\|}\|\beta\|$; б) $\dfrac{\|\alpha\|^{k+1}}{1+\|\alpha\|}\|\beta\|$; в) $\dfrac{\|\alpha\|_1^{(k)}}{1+\|\alpha\|_1}\left\|X^{(1)} - X^{(0)}\right\|_1$.

4. Если для получения значения функции по данному значению аргумента нужно выполнить арифметические операции и возведение в степень с целым показателем, то функция называется

а) алгебраической; б) трансцендентной; в) рациональной.

5. Идея метода итерации состоит в том, что уравнение $\varphi(x) = 0$ заменяется равносильным ему уравнением $x = f(x)$. В качестве приближенного значения корня принимается значение, которое определяется формулой

а) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(b - x_n)}{f(b) - f(x_n)}$; б) $x_n = f(x_{n-1})$; в) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

6. Отделение корней уравнения $5x^3 - 20x + 3 = 0$ по правилу Штурма в интервалах до длины, равной 1, показало, что корни расположены в интервалах

а) $(0;1);(1,2);(1;3)$;

б) $(-3;-2);(1,2);(1;3)$;

в) $(-3;-2);(0,1);(1;2)$.

7. Процесс вычисления значений функции в точках x, отличных от узлов интерполяции, называют

а) интерполированием;

б) дифференцированием;

в) интегрированием.

8. Разделенные табличные разности используются в интерполяционной формуле

а) Ньютона; б) Гаусса; в) Эйткина; *г)* Лагранжа.

9. Второй интерполяционный многочлен Ньютона имеет вид:

а) $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \frac{(x - x_0)\ldots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\ldots(x - x_n)}{(x_i - x_0)\ldots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\ldots(x_i - x_n)}$;

б) $P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \ldots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_0)\ldots(x - x_{n-1})$;

в) $P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!h}(x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2}(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \ldots +$

$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_n)\ldots(x - x_1)$

10. Квадратурная формула Симпсона имеет вид

а) $\int_a^b f(x)\partial x \approx (b - a)\frac{f(a) + f(b)}{2}$;

б) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i$;

в) $\int_a^b f(x)\partial x \approx \frac{(b-a)}{6n}\left[(y_0+y_{2n})+(4(y_1+\ldots+y_{2n-1})+2(y_2+\ldots+y_2+\ldots+y_{2n-2}))\right]$;

г) $\int_{-1}^{1} f(x)\partial x \approx c_1 f(x_1)+c_2 f(x_2)+\ldots+c_n f(x_n)$.

11. Задача отыскания решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям, называется задачей

а) Коши; б) Липшица; в) Пикара.

12. По методу Рунге - Кутта приближенное решение дифференциального уравнения определяется по формуле

а) $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$;

б) $y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y_{n-1})\partial x$;

в) $y_{i+1} = y_i + h\frac{y_i' + \tilde{y}_{i+1}'}{2}$, где $\tilde{y}_{i+1}' = f(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$;

г) $y_{i+1}^{(k)} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f\left(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k-1)}\right)\right]$;

д) $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$, где $\Delta y_i = \frac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right)$.

Ключи правильных ответов к тестовым заданиям

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5
1	б	в	а	б	б
2	а	в	в	б	а
3	а	в	а	б	а
4	б	а	в	а	в
5	б	а	а	в	б
6	а	а	а	б	в
7	а	в	б	а	а
8	а	б	а	б	а
9	в	б	в	а	в
10	б	б	б	а	в
11	г	в	а	в	а
12	б	а	в	г	д

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний

Ключи к тестовым заданиям.

Шкала оценивания *(за правильный ответ дается 1 балл)*

«неудовлетворительно» – 50% и менее

«удовлетворительно» – 51-80%

«хорошо» – 81-90%

«отлично» – 91-100%

Критерии оценки тестового материала по дисциплине «Численные методы»:

✓ 5 баллов - выставляется студенту, если выполнены все задания варианта, продемонстрировано знание фактического материала (базовых понятий, алгоритма, факта).

✓ 4 балла - работа выполнена вполне квалифицированно в необходимом объёме; имеются незначительные методические недочёты и дидактические ошибки. Продемонстрировано умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; понятен творческий уровень и аргументация собственной точки зрения

✓ 3 балла – продемонстрировано умение синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей в рамках определенного раздела дисциплины;

✓ 2 балла - работа выполнена на неудовлетворительном уровне; не в полном объёме, требует доработки и исправлений и исправлений более чем половины объема.